

# Matematikk i fysikkfaget

Arne Hole

*Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO*

Liv Sissel Grønmo

*Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO*

Et av våre siktemål med dette kapitlet er å bidra til å sette fokus på *faginnholdet som testes* i storskalastudier som TIMSS Advanced, TIMSS og PISA. Som det ble poengtert i Grønmo & Hole (2017), er det til liten nytte å konstatere en statistisk sammenheng mellom elevprestasjoner i en gitt studie og bakgrunnsvariabler som har med undervisning å gjøre, dersom studien faktisk ikke måler kompetanse på en måte som samsvarer med læringsmålene man har for faget i skolen. For eksempel er dette viktig i forbindelse med analyser av matematikkinnholdet i fysikkfaget. Hvis TIMSS Advanced fysikk tester elevenes kompetanse i fysikk på en måte som gir dem vesentlige fordeler dersom de kjenner til og kan anvende visse typer matematisk teori, er det avgjørende for tolkningen av prestasjonsresultater i TIMSS Advanced fysikk at man har informasjon om i hvilken grad denne matematikken kan forutsettes kjent for elevene.

Nettopp matematikkinnholdet, eller innslaget av matematisk fagstoff, er et aspekt av faginnholdet i fysikk som TIMSS Advanced gir oss gode muligheter for å analysere. Grunnen er at dette er en studie der kompetanse i fysikk og matematikk testes parallelt for det samme årskullet. Samtidig er rammeverket som brukes i TIMSS Advanced, sammenliknbart med rammeverkene som brukes i andre TIMSS-studier, slik at det er mulig å gjøre sammenlikninger av matematikkinnhold i TIMSS Advanced fysikk og matematikk med matematikkinnholdet i studier på lavere skoletrinn. Kapittel 2 i Grønmo & Hole (2017) gir en analyse av matematikkinnholdet i TIMSS 8. trinn matematikk og PISA matematikk.

I dette kapitlet tar vi for oss matematikkinnholdet i TIMSS Advanced fysikk spesielt. Vi ser primært på data fra 2015, men vurderer også utviklingen fra 2008 til 2015. Som verktøy bruker vi LC-rammeverket (Hole, Grønmo & Onstad, 2018) for beskrivelse av matematikkinnhold. Dette gir et perspektiv på studiene som går på tvers av studienes egne underliggende rammeverk.

## 5.1 Rammeverket i TIMSS Advanced

IEA-studiene TIMSS og TIMSS Advanced benytter seg av et rammeverk som essensielt er basert direkte på læreplanene i de deltakende landene (Mullis & Martin, 2014; Mullis et al., 2003). Dette betyr at det ikke kan spores noe konkret «lærings-syn» eller noen særlig omfattende fagdidaktisk teoridannelse i disse rammeverkene. IEA-rammeverkene har kategorier for *kognitive nivåer*, nemlig *knowing* (kunne), *applying* (anvende) og *reasoning* (resonnere), men dette er en så grovkornet inndeling at den ikke kan sies å representere noen konkret fagdidaktisk teori. I den grad noen fagdidaktisk teori eller noe lærings-syn kan spores i TIMSS-rammeverkene, er dette arvet fra de teoriene som ligger under de nasjonale planene, overført til TIMSS gjennom oppgavematerialet. Man kan altså si at oppgaveutvalget i TIMSS-studiene representerer et slags vektet gjennomsnitt av de fagdidaktiske teoriene som planene i de deltakende landene bygger på.

Det er interessant å sammenlikne dette med rammeverket i OECD-studien PISA. Gjennom sine rammeverk for hva som testes kan PISA sies å representere visse didaktiske teorier (Grønmo & Hole, 2017). IEA-studiene har en mer pragmatisk og nøytral tilnæringsmåte til didaktisk teori.

Mens de faglige oppgavene i TIMSS og TIMSS Advanced altså ganske enkelt kan sees på som et uttrykk for hva som vektlegges i matematikkundervisningen i de deltakende landene, er PISAs prestasjonsmålinger indirekte basert på et slags *anbefalt faglig innhold* i undervisningen. Disse anbefalingene ligger implisitt i det underliggende kompetansebaserte rammeverket, som i matematikk er basert på det PISA selv definerer som *mathematical literacy*, uttrykt ved en liste av ulike *kompetanser* (OECD, 2003). Det kontroversielle med en slik oppsplittingsmåte ligger allerede i selve ideen med å *splitte opp* begrepet matematisk kompetanse: Noen vil kunne hevde at det ikke er mulig å arbeide meningsfylt med hver av disse kompetansene uten å bruke flere (alle?) på en gang, og at en oppsplitting av denne typen dermed leder oppmerksomheten bort fra det man kan hevde er et enhetlig mål som bør ligge til grunn for arbeidet med matematikk i skolen.

Kompetansenetnkning basert på lister av enkeltstående *kompetanser* har fortsatt bred støtte i det vestlige matematikdidaktiske miljøet, og vi har ikke til hensikt å ta stilling for eller imot en slik teoretisk vinkling her. Imidlertid er det av hensyn til våre analyser i dette kapitlet viktig at vi problematiserer dette. Det er liten tvil om at tenkningen basert på listen av kompetanser brukt i PISA, har dratt det faglige innholdet i PISA mer i retning av såkalt hverdagsmatematikk

enn hva som er tilfellet i læreplanene til mange land, og dermed også hva man finner i TIMSS og TIMSS Advanced. Dette slår tydelig ut når vi i dette kapitlet sammenlikner innholdet i PISA med IEA-studiene ved å bruke vårt LC-rammeverk, et rammeverk som måler avhengighet av matematisk teori.

## 5.2 Språk og innhold i matematisk preget teori: Funnet på og funnet ut

I dette delkapitlet gir vi en oppsummerende beskrivelse av LC-rammeverket, som er rammeverket vi bruker for måling av matematikkinnholdet i TIMSS Advanced fysikk. Dette rammeverket er beskrevet i Hole et al. (2018), og også i Grønmo & Hole (2017). Sammenliknet med disse to kildene er vår framstilling her noe mer rettet mot anvendelse i fysikk. En viktig egenskap ved LC-rammeverket er at det kan brukes til å måle matematikkinnhold i en hvilken som helst faglig test, i et hvilket som helst fag. Kriteriene er de samme enten man er innenfor eller utenfor det man i den aktuelle konteksten definerer som «matematikkfaget». Rammeverket passer derfor godt til analyser av fysikk, og det gir gode muligheter for å sammenlikne matematikkinnhold på tvers av de definerte faggrensene.

En sentral ide bak LC-rammeverket er distinksjonen mellom *funnet på* og *funnet ut*. Den første kategorien, altså «funnet på», kalles L-kategorien, der L tenkes å stå for «language». Den andre kategorien er C-kategorien, der C tenkes å stå for «content». De to kategoriene er ikke gjensidig utelukkende: For å uttrykke *innhold* i matematikk i vår betydning av ordet, må man bruke *språk* i vår betydning av ordet. Teknisk sett består området «funnet på» av definisjoner, notasjon og annen ren språkbruk. Området «funnet ut» består av matematiske *teoremer* eller *setninger*, ofte også kalt matematiske *resultater*. I området «funnet på» finner vi definisjoner av matematiske begreper som rektangel, parallelogram, kvadrattall og så videre. I området «funnet ut» ligger for eksempel Pytagoras' setning, arealformler for ulike geometriske figurer, algebraiske lover som for eksempel distributiv lov og andre elementer i matematisk teori som krever en *forklaring på hvorfor de er sanne*, formelt sagt et bevis. Man kan bruke betegnelsene «forklaring» eller «begrunnelse» i stedet for bevis, fordi man sjelden arbeider med formelle matematiske bevis i skolematematikken eller skolefysikken.

Som beskrevet i Hole et al. (2018) er det i en skolesituasjon avgjørende at læreren hjelper eleven til å relatere på ulik måte til de to områdene L og C innen matematisk fagstoff. Hvis en lærer blir spurt «*hvorfor*» det er riktig at

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

for alle tall  $a$ , kan ikke læreren gjøre særlig mer enn å si at dette er sann fordi noen («matematikerne») har bestemt at det skal være sann. Matematikerne *har blitt enige om* at skrivemåten

$$a^3$$

skal oppfattes som en forkorting for  $a \cdot a \cdot a$ . Så på en måte er dette noe elevene bare må akseptere, det er i L-kategorien. På den annen side bør elevene lære å forholde seg på en helt annen måte til ting som ligger i «funnet ut»-området, altså området C. Et eksempel er regelen om at

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

for alle positive tall  $a$  og naturlige tall  $n$  og  $m$ . For denne regelen kan elevene med full rett kreve en begrunnelse for *hvorfor* det er sann. Det kan man forklare ut fra definisjonen av eksponentuttrykk, som vi nettopp var inne på. Undervisningen kan legges opp slik at elevene får arbeidet med dette. Selv om en elev ikke kommer i mål med å forstå begrunnelsen, kan vissheten om at det *finnes* en begrunnelse, i seg selv være verdifull. Hvis eleven vet at dette *lar seg* begrunne, vet eleven også at det ikke er «opplagt», eller noe man forventes å forstå direkte. Dermed unngår man at eleven føler seg dum. Å bruke resultater man ikke selv har arbeidet seg gjennom begrunnelsen for, er noe også profesjonelle matematikere ofte gjør, og det er ikke nødvendigvis problematisk.

Slik man i LC-rammeverket tenker seg inndelingen av matematisk teori i områdene L og C, er det klart at hva som havner i de to områdene, til dels avhenger av hvordan teorien bygges opp. I skolesammenheng vil grunnleggende algebraiske lover, som for eksempel distributiv lov, måtte regnes i C-området. Grunnen er at dette er regler det i skolesammenheng er naturlig å arbeide med en begrunnelse for, dette er ikke noe som i denne sammenheng kan sies kun å være en definisjonssak. I mer avanserte kurs i reell analyse eller abstrakt algebra vil det derimot være naturlig å ta den distributive loven som et aksiom, og da ligger den formelt sett ikke i C-kategorien. Den vil

da være en del av det man har bestemt som utgangspunkt for teorien, dvs. at den er i kategorien «funnet på». Et annet eksempel er definisjonen av multiplikasjon.  $3 \cdot 4$  kan defineres som  $4 + 4 + 4$  eller som  $3 + 3 + 3 + 3$ . Her har man et *valg* når det gjelder hva man bestemmer, men skal man bygge opp matematikken på en meningsfull måte for barna, må man bestemme seg for én av tingene når man først introduserer skrivemåten med en «prikk» mellom to tall. Skal man si at  $3 \cdot 4$  betyr  $4 + 4 + 4$ , eller skal man si at det betyr  $3 + 3 + 3 + 3$ ? Man kan så *begrunne* at faktorenes orden er likegyldig, slik at svarene blir de samme med begge valg. Dette siste er da i skolesammenheng noe som inngår i området «funnet ut».

Til tross for dens åpenbare viktighet i skolen er LC-distinksjonen lite diskutert i moderne matematikdidaktikk. Man finner lite om dette i kilder som (Clements, Bishop, Keitel-Kreidt, Kilpatrick & Koon-Shing Le, 2013; English & Bussi, 2008; Niss, 2007). Distinksjonen passer ikke uten videre inn i de mest kjente rammeverkene for matematikkompetanser, for eksempel de vi var inne på i forbindelse med PISA og relaterte rammeverk. Dette har å gjøre med at verken teoriområdet L eller teoriområdet C naturlig tilsvarer noen spesiell type «kompetanse» i seg selv. Tatt i betraktning den store innflytelsen kompetansebaserte rammeverk har hatt på både vurderingsformer og læreplaner i matematikk gjennom de siste par tiårene, kan dette nettopp være noe av grunnen til at denne distinksjonen omtales så lite. Derimot finnes det mye forskning knyttet til hvert enkelt av de to områdene i LC-distinksjonen. For L-siden kan vi som eksempel ta forskning knyttet til distinksjonen mellom *concept image* og *concept definition* (Niss, 1999; Pedemonte, 2007). Merk også at generelle, mindre fagspesifikke teorier for *begrepslæring* typisk ikke vil fange opp LC-distinksjonen, fordi denne er spesiell for matematikkfaget. Blant forskning som gjelder C-siden, kan vi peke på det store forskningsfeltet knyttet til den rollen *bevis* spiller i matematikk og matematikkundervisning på ulike nivåer (Hanna, 2000; Tall, 2014). Men heller ikke disse forskningstradisjonene legger sin primære vekt på distinksjonen mellom L og C. Videre ligger LC-distinksjonen klart på et annet nivå enn prosess-/objekt-dualiteten beskrevet av Anna Sfard (1991).

Når det gjelder betoning av LC-distinksjonen i lærebøker og andre læremidler i Norge, går det et klart skille mellom skolematematikken og matematikken på høyskole-/universitetsnivå. I lærebøker skrevet for universitetskurs er vanligvis distinksjonen mellom definisjoner og teoremer klar og eksplisitt. Dette henger sammen med at distinksjonen oppfattes som grunnleggende av profesjonelle

matematikere, og at forfatterne av lærebøker på dette nivået oftest har en forskerutdanning i matematikk. I lærebøker for skolen er bildet et helt annet, der er denne distinksjonen vanskelig å få øye på.

Når vi anvender LC-rammeverket på oppgaver fra TIMSS Advanced, klassifiserer vi oppgavene ved å dele opp mengden av oppgaver i testen gjennom to dikotomier (todelinger). Flervalgsoppgaver og åpne oppgaver behandles her på like fot. Den ene dikotomien er ment å måle oppgavenes avhengighet av matematikkens L-del, og den andre av C-delen.

1. For å beskrive avhengighet av L-delen brukes en dikotomi vi refererer til som *formel-/ikke-formel-dikotomien*, eller *F/NF-dikotomien*. Siden LC-rammeverket er tenkt å måle innslaget av matematisk teori, ønsker vi at F/NF-dikotomien skal adressere de formelle delene av matematisk språk. I skolen operasjonaliseres dette naturlig gjennom matematiske *formler* i vid forstand, og derfor fokuserer vi på det. Kategoriene i F/NF-dikotomien er (i) mengden oppgaver der minst én formel er involvert enten i oppgaveteksten eller i elevens forventede løsning eller løsningsmetode, og (ii) mengden oppgaver der dette ikke er tilfellet. Vi refererer til (i) som *formelkategorien*, eller *F-kategorien*. Kategorien (ii) kaller vi *ingen formel-kategorien*, eller *NF-kategorien*.
2. For å beskrive avhengighet av C-delen, brukes en dikotomi vi refererer til som *teorem-/ikke-teorem-dikotomien*, eller *T/NT-dikotomien*. Kategoriene i T/NT-dikotomien er (i) mengden oppgaver der kjennskap til minst ett teorem («matematisk setning») er relevant for å løse oppgaven, og (ii) mengden oppgaver der dette ikke er tilfellet. Vi refererer til (i) som *teoremkategorien*, eller *T-kategorien*. Kategorien (ii) kaller vi *intet teorem-kategorien*, eller *NT-kategorien*.

Til sammen gir dikotomiene F/NF og T/NT et mål for testens avhengighet av matematisk teori. Eller, om man vil, et mål for i hvilken grad kjennskap til matematisk teori hjelper eleven til å løse oppgavene i testen.

Som nevnt over er kategoriene T og F overlappende. En oppgave kan kategoriseres som både F og T, eller som både NT og NF. For eksempel vil en oppgave der en derivasjonsregel er aktuell å bruke, typisk kunne klassifiseres som både T og F. Begrunnelsen for å legge oppgaven i T-kategorien kan da være at derivasjonsregelen er et teorem. Oppgaven involverer altså innholdssiden

(C-siden) av matematikken. Samtidig vil oppgaven kunne plasseres i kategorien F, fordi derivasjonsregelen uttrykkes ved en formel og involverer bruk av formler når den anvendes. Det er altså ikke slik at oppgavekategoriene T og F representerer henholdsvis innholdssiden (C) og språksiden (L) i matematisk teori. Derimot er de *indikatorer på om en gitt oppgave involverer henholdsvis C og L.*

På samme måte kan en gitt oppgave også kategoriseres som både NF og NT. Dette vil da være en oppgave der ingen formler er involvert, og der ingen matematiske teoremer fra den antatte skolebakgrunnen i vesentlig grad hjelper eleven til å løse oppgaven.

### 5.3 Matematikkinnhold i TIMSS, PISA og TIMSS Advanced målt med LC-rammeverket

Klassifiseringen av oppgaver i henhold til dikotomiene F/NF og T/NT har et subjektivt element i seg. For å anvende disse, må man derfor bruke en metodikk med grupper av kodere. Måling av interkoder-reliabilitet kan så gjøres for eksempel ved bruk av Fleiss' kappa (Fleiss, Cohen & Everitt, 1969), som er målet vi har brukt i analysene vi refererer til her. Dessuten trengs det presiseringer av klassifiseringskriteriene som delvis avhenger av typen tester vi ser på, i vårt tilfelle TIMSS Advanced. For tilsvarende detaljer vedrørende analyser av TIMSS 8. trinn og PISA matematikk henviser vi til (Hole, Grønmo & Onstad, 2017; Hole et al., 2015).

Klassifikasjonen av oppgavematerialet fra TIMSS Advanced 2015 fysikk ble gjort av masterstudenter som arbeidet som kodere for TIMSS Advanced i Norge våren 2015, det vil si som var ansatt for å kode resultatene fra de norske elevene som deltok i studien. En gruppe på fire klassifiserte oppgavene fra fysikkdelen. Studentene ble gitt en kort gjennomgang av rammeverket på forhånd. Deretter gjennomførte de én syklus med klassifisering, uten mulighet til diskusjon seg imellom underveis. Dette designet ble valgt fordi det var interessant å måle overførbarheten av rammeverkets kriterier. Klassifiseringen av fysikkoppgavene gav akseptable kappaverdier (0,70 og 0,67 for F/NF og T/NT respektivt).

Når det gjelder presisering av kriteriene for T/NT i konteksten definert av norsk videregående skole, diskuterte gruppene av kodere i fysikk og matematikk

seg fram til følgende: For at en oppgave skal klassifiseres som T, må det finnes et teorem, altså en «setning», fra elevens antatte skolebakgrunn («pensum») som i vesentlig grad forenkler arbeidet med oppgaven. Hvis eleven derimot antas å måtte resonnerer seg fram fra grunnen av, eventuelt ved bruk av kjennskap til matematiske begreper (begrepsforståelse), klassifiseres oppgaven som NT. Videre framstod det, særlig siden man her studerer videregående skole, som naturlig å operere med et visst «bunnfradrag» når det gjelder matematiske teoremer. Enkle aritmetiske sammenhenger, som for eksempel  $5 + 14 = 19$ , ble ikke telt med som teoremer i denne sammenhengen. Begrunnelsen var at selv om disse i prinsippet er ting man har «funnet ut», slik at de altså *er* teoremer formelt sett, behandles de ikke som dette i skolematematikken, og heller ikke i skolefysikken: Elevene kan utlede disse resultatene direkte ved å tenke addisjon. Det legges ikke opp til at dette er resultater som skal være *memorert* for å være ferdige til bruk.

Som eksemplifisering for T/NT-klassifiseringen kan man utarbeide lister over teoremer som kan antas dekket i pensum for de aktuelle årstrinnene. For matematikkbakgrunnen som er aktuell for elevene i Fysikk 2, kan en slik liste for eksempel inkludere algebraiske lover som

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$$

Disse kan antas dekket både i grunnskolens matematikk og i videregående skoles matematikk. Som eksempel på ting som er mer spesifikke for studieforberedende løp i matematikk, for eksempel R-løpet, kan nevnes

$$\left| \vec{F} \times \vec{G} \right| = \left| \vec{F} \right| \cdot \left| \vec{G} \right| \cdot \sin \theta \quad (1)$$

At man kan finne lengden av vektorproduktet på denne måten, ved å multiplisere lengdene av de to vektorene med sinus til vinkelen mellom dem, er relevant blant annet for løsning av fysikkoppgaver som involverer krefter i magnetfelt. Imidlertid er det ikke sikkert at fysikkelevener ser for seg denne formelen når de løser slike fysikkoppgaver. De bruker imidlertid denne matematiske sammenhengen, og man kan argumentere for at kjennskap til den,



uttrykt ved en formel slik det er gjort her, hjelper elevene til å strukturere kunnskap og kompetanse som er nyttig for å løse fysikkoppgaver som involverer krefter bestemt ved «høyrehåndsregelen», som for eksempel kraften  $\vec{F}$  på en partikkel med ladning  $q$  og hastighetsvektor  $\vec{v}$  i et magnetfelt  $\vec{B}$ . I norsk skolefysikk vil denne kraften typisk skrives

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Likevel er det rimelig å si at (1) representerer et matematisk teorem det er nyttig å kjenne til i denne sammenhengen, og fysikkoppgaver som involverer beregning av krefter ved vektorprodukt, vil derfor typisk kunne klassifiseres som T.

Aktuelle på listen over teoremer er også operasjoner man kan bruke for å løse likninger, som for eksempel at man kan legge til det samme tallet på begge sider av likhetstegnet. Dette er svært aktuelt i forbindelse med anvendelser av matematikk i fysikk. Andre eksempler på aktuelle matematiske teoremer er

- formler for areal, omkrets, volum og liknende for geometriske figurer
- geometriske teoremer som Pytagoras' setning, setningen om vinkelsummen i en trekant, setninger om formlikhet og så videre

I videregående skoles matematikk, for eksempel i R-løpet, er tettheten av teoremer naturligvis mye høyere enn i grunnskolematematikken. Alle derivasjonsregler, integrasjonsregler, grenselover, sammenhenger mellom vektorregning og geometri, tolkninger av derivasjon og integrasjon, areal- og volumberegninger ved integrasjon og så videre, er matematiske sammenhenger man har *funnet ut* at gjelder. Dette er altså teoremer.

Gruppen av kodere som klassifiserte oppgavene fra TIMSS Advanced 2015 fysikk, forholdt seg også til en liste med eksempler på ting som mange lett kan tro representerer teoremer i den skolekonteksten vi ser på, men som man kan argumentere for at ikke gjør det. Blant eksemplene her kan nevnes  $a^0 = 1$  og  $a^{-n} = 1/a^n$ .

For dikotomien F/NF er utgangspunktet, som tidligere nevnt, at en *formel* er et matematisk uttrykk eller utsagn (for eksempel en likning eller en ulikhet) som inneholder minst én variabel. Variablene kan være representert syntaktisk både ved bokstaver, ved andre typer symboler og ved komplette ord. Med andre ord regnes også

$$\text{strekning} = \text{fart} \cdot \text{tid}$$

som en formel i denne sammenhengen. For at en oppgave skal klassifiseres som F, må så minst ett av disse tre kravene være oppfylt, der vi altså legger til grunn den definisjonen av begrepet «formel» som nettopp ble beskrevet:

- Oppgaven inneholder en formel som eleven må bruke, eller
- oppgaven ber eleven om å lage en formel, eller
- en typisk elev vil kunne forventes å bruke en formel underveis i arbeidet med oppgaven.

Merk at ifølge dette må fysiske formler som

$$F = ma \quad \text{og} \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

også regnes som matematiske formler i vår forstand, fordi de involverer variabler som kan ta ulike tallverdier. Det samme vil ethvert uttrykk som inneholder vektorstørrelser, for eksempel

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Oppgaver som involverer slike formler, klassifiseres altså som F i LC-rammeverket. Det er ikke noe skille mellom «fysikkformler» og «matematikkformler»; bruken av variable er den samme i begge tilfeller. Hvorvidt vektorer tolkes som rene fysikkstørrelser, for eksempel krefter, elektriske felt eller magnetiske felt, har ikke noe å si for LC-klassifiseringen F/NF, som fungerer rent syntaktisk.

Klassifikasjonsresultatene for dikotomien F/NF for oppgavene i TIMSS Advanced 2015 matematikk og fysikk er vist i tabell 5.1.

**Tabell 5.1** Klassifisering av oppgaver fra TIMSS Advanced ved dikotomien F/NF, i prosent av oppgaver.

	TIMSS Advanced 2015 matematikk	TIMSS Advanced 2015 fysikk
Klassifisert som F [bruker formler] av minst 3 av 4 kodere	67,0 %	31,1 %
Delte meninger (2–2)	8,7 %	7,8 %
Klassifisert som NF [bruker ikke formler] av minst 3 av 4 kodere	24,3 %	61,1 %

Vi ser fra tabell 5.1 at mens 31,1 % av oppgavene som ble brukt i TIMSS Advanced 2015 fysikk ble bedømt til å involvere formler av minst 3 av 4 kodere i henhold til F/NF-kriteriene, var det hele 67 % av oppgavene i TIMSS Advanced 2015 matematikk som involverte formler etter disse kriteriene. At vi finner en så vidt stor forskjell mellom fysikk og matematikk, er selvsagt ikke overraskende. Tallet 31,1 % for fysikk er på den annen side høyere enn det tilsvarende tallet for matematikk i PISA 2012. Kun 18,8 % av matematikkoppgavene i PISA 2012 ble bedømt til å involvere formler (Hole et al., 2018).

Klassifikasjonsresultatene for dikotomien T/NT for oppgavene i TIMSS Advanced 2015 matematikk og fysikk er vist i tabell 5.2.

Også her ser vi, ikke overraskende, en betydelig forskjell mellom matematikkfaget og fysikkfaget. Men igjen er tallet for fysikk i tabell 5.2 høyere enn det tilsvarende tallet for PISA 2012 matematikk, der kun 11,8 % av oppgavene ble bedømt til å være i kategorien T (Hole et al., 2018). Over 2/3 av matematikkoppgavene i PISA 2012 ble bedømt som uavhengige av både teoremer og formler; de ble altså klassifisert som NT og NF.

**Tabell 5.2** Klassifisering av oppgaver fra TIMSS Advanced ved dikotomien T/NT, i prosent av oppgaver.

	TIMSS Advanced 2015 matematikk	TIMSS Advanced 2015 fysikk
Klassifisert som T [bruker teoremer] av minst 3 av 4 kodere	78,6 %	14,6 %
Delte meninger (2–2)	2,9 %	5,8 %
Klassifisert som NT [bruker ikke teoremer] av minst 3 av 4 kodere	18,4 %	79,6 %

Ved å sammenlikne tabellene 5.1 og 5.2 kan vi se at matematikkinnholdet i TIMSS Advanced 2015 fysikk ligger mer på språksiden (F) enn på innholdssiden (T). Dette er interessant i forbindelse med analysene vi gjør i kapittel 6 der vi ser på sammenhenger mellom LC-klassifiseringene og elevprestasjonene.

## 5.4 Avsluttende kommentarer

Vi har i dette kapitlet sett på hvordan man kan karakterisere og måle matematikkinnholdet i oppgaver fra internasjonale studier, blant annet fysikkoppgavene i TIMSS Advanced. I kapittel 6 relaterer vi dette til prestasjonsdata fra TIMSS Advanced, noe som blant annet gir oss informasjon om matematikkens betydning for fysikkfaget.