

Oppsummering og drøfting av hovedfunn

Liv Sissel Grønmo

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO

Arne Hole

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO

Inger Christin Borge

Matematisk institutt, UiO

13.1 Introduksjon - matematikk for alle

Ulike begrunnelser har blitt brukt for hvorfor elever trenger å lære matematikk, for hva som skal være innholdet i faget, og for hvilke metoder som skal brukes i undervisningen. Både begrunnelsene og hva som har utkrystallisert seg på bakgrunn av disse, har variert mye over tid og mellom land. Den danske matematikdidaktikeren Mogens Niss (2003) har oppsummert ulike grunner for at matematikk er et kjernefag i skolen verden over. Fra et samfunnsperspektiv viser han til at kunnskaper i matematikk er viktige for samfunnets teknologiske og økonomiske utvikling, og til at samfunnet generelt skal opprettholdes og utvikles ideologisk og kulturelt. Fra et individperspektiv peker han på at matematikk skal gi elevene det grunnlaget de trenger for å fungere i dagliglivet, og den typen kompetanse som gir dem muligheter til å ta den utdanningen og få den karrieren de ønsker, og som samfunnet kan tilby dem. For mer om legitimering av matematikk i skolen henviser vi til kapittel 4 i boka.

Et høyt utviklet teknologisk samfunn er utenkelig uten matematikk: Matematikk har vært og er viktig for utviklingen på områder som naturvitenskap, økonomi og informasjonsteknologi. Forskning på miljøutfordringer og økonomiske kriser forutsetter bruk av matematikk. Også innen medisin, samfunnskunnskap og språk utgjør matematikk en viktig basis for mye av forskningen. Et moderne samfunn er basert på mer eller mindre avanserte matematiske modeller og beregninger (Skovsmose, 1994; Ernest, 2000).

Matematikk for alle har vært et slagord som har hatt stor gjennomslagskraft

i mange land, ikke minst i de nordiske landene, inkludert Norge. Går vi tilbake i tid, var det særlig ren og anvendt aritmetikk og deskriptiv geometri med vekt på måling og målbarhet som sto sentralt i grunnutdanningen. I dagens moderne samfunn vil mange elever trenge matematikkunnskaper ut over dette. I mange utdanninger og yrker er det en forutsetning at man har et godt grunnlag ut over den rene aritmetikken, for eksempel at man har grunnleggende kunnskap i algebra. I et samfunn med rask teknologisk utvikling, er det rimelig å anta at matematisk kunnskap vil få en økende betydning for en stadig større del av befolkningen.

Det kan være grunn til å stille spørsmål om hvordan slagordet «matematikk for alle» har blitt fortolket. Det kan synes som om man i Norge i stor grad har tolket det som et utsagn om den typen matematikk som alle kan og skal lære, og at man i liten grad har lagt vekt på behovene til elever med spesiell interesse og spesielt talent i faget (Skogen, 2014a). Dette på tross av at både opplæringsloven og læreplanverket for norsk skole understreker at alle elever har krav på opplæring tilpasset deres evner og forutsetninger. Det gjelder elever med særlige evner og anlegg for faget i like stor grad som elever med lærevansker (for mer om dette, se kapittel 7). Det vil også variere hvilken kompetanse i matematikk elevene trenger å bygge videre på i senere utdanningsløp.

13.2 Prioritering av innhold i matematikk i skolen

Grunnlaget for all matematikkopplæring i skolen er å gi elevene gode kunnskaper innen tall, tallregning og tallforståelse. Enten man ser på hvilken type matematikk elevene vil trenge i sitt dagligliv, eller for senere utdanning og yrkesliv, er kunnskaper innen området tall og tallforståelse helt avgjørende. Det er allmenn aksept for dette i Norge, som i land over hele verden. Områder som måling og statistikk kan man se på som en integrert del av området tall. Når disse områdene likevel skilles ut som egne fagområder, er det mer ut ifra et ønske om å sikre oppmerksomheten også på dette, og ikke la alt inngå under tall.

Mens det er allment akseptert at tall og tallforståelse har en spesiell posisjon i skolematematikken, ser det ikke ut til at man i Norge har samme aksept for dette når det gjelder algebra. Vi baserer denne konklusjonen på konsistente resultater over 20 år som viser at norske elever presterer svakere enn elever i andre land det er rimelig å sammenlikne oss med på dette området (for mer om dette, se kapittel 6).

Under sentrale funn på ungdomstrinnet fra 1995-studien står det på nettsidene til TIMSS:

I matematikk oppnådde norske elever de beste resultatene i statistikk, mens de var svakest i algebra. (TIMSS 1995 Norge, 1995)

Det samme står det på nettsidene for TIMSS 2003- og TIMSS 2007-studiene (TIMSS 2003 Norge, 2003; TIMSS 2007 Norge, 2007). I den norske rapporten fra TIMSS 2011 står det at

Det synes å peke seg ut som det store problemet i norsk matematikkutdanning at elever på alle trinn presterer svært svakt i algebra. Det gjelder både i grunnskolen, i videregående skole og for nyutdannede lærere i matematikk. (Grønmo et al., 2012)

Som vi så i kapittel 6, er algebra og statistikk de to fagområdene hvor man finner de største avvikene i land og mellom land for hva de prioriterer av innhold i skolematematikken. Vi har for eksempel sammenliknet elevenes prestasjoner i henholdsvis algebra og statistikk i TIMSS 2015 på ungdomstrinnet med landets generelle prestasjonsnivå. Det betyr at vi har beregnet hvor mange poeng over eller under landets generelle prestasjonsnivå elevenes prestasjoner ligger på de ulike fagområdene som testes. *Ikke noe annet land er i nærheten å ha en så stor forskjell i disfavør av algebra som det Norge har.* Forskjellen i Norge mellom statistikk og algebra er på vel 70 poeng på 9. trinn og over 90 poeng på 8. trinn i en studie hvor standardavviket er 100. Avviket mellom Norges totalskår og Norges skår i emneområdet algebra på 8. trinn (−63 poeng) er det største avviket fra totalskår man finner for *noe* emneområde, i noe land, i TIMSS 2015. Avviket mellom algebraskår og totalskår for den norske trinn 9-populasjonen (−40 poeng) er den *nest største* negative differansen mellom skår i algebra og totalskår for noe land i TIMSS 2015, kun slått av den norske trinn 8-populasjonen. Også i TIMSS Advanced 2015 (13. trinn) har Norge det største negative avviket mellom algebraskår og totalskår blant alle de deltakende landene.

De norske resultatene fra TIMSS-studiene i 1995, 2003, 2007, 2011 og 2015 framstår som *meget konsistente* når det gjelder de svake norske resultatene på området algebra. I tillegg peker trenden på ungdomstrinnet nedover. Det var

en signifikant nedgang i elevenes prestasjoner i algebra på 8. trinn fra 2011 til 2015, i motsetning til de andre områdene hvor trenden peker oppover (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016). Dette diskuteres nærmere i kapittel 6.

Som beskrevet i kapittel 5 kan diskusjonen om de forskjellene vi ser mellom ulike land og regioner i verden når det gjelder prioritering av innhold i skolematematikken, løftes til et nivå der vi ikke diskuterer prioritering av matematikkfaglige *emneområder*, men i stedet diskuterer i hvilken grad man prioriterer «formell matematikk». Med formell matematikk mener vi i denne sammenhengen fagstoff som involverer matematisk teori, enten i form av matematiske setninger (teoremer) eller formelt matematisk språk (formler og uttrykk med variabler). Fagstoff som involverer matematisk teori i den forstand vi diskuterer i kapittel 2 og 5, finnes ikke bare innen emneområdet algebra. Det finnes også TIMSS-oppgaver innen for eksempel emneområdet geometri som involverer både formler og matematiske teoremer, som oppgaver med Pytagoras' setning. Betrakter man forskjellene mellom land når det gjelder innholdsprioritering i skolematematikken på dette nivået, kan man si at de store, systematiske ulikhetene når det gjelder prioritering av algebra er et uttrykk for *et underliggende, mer generelt forhold*: ulik prioritering av *formell matematikk* i den betydningen av ordet som vi bruker her. Som eksemplifisert i delkapittel 5.3 er sentralt modningsstoff i matematikk knyttet til denne kategorien av matematikk. Nedprioritering av formell matematikk på enkelte nivåer kan derfor gi ujevn progresjon i faget. Vi har klare indikasjoner på at dette er et problem i Norge.

Resultatene for norsk grunnskole er nesten overraskende konsistente over 20 år, på ulike nivåer og også i studier med ulikt rammeverk for hvilken type matematikk elevene testes i. Rammeverket for den internasjonale komparative studien PISA er ikke, som i TIMSS, basert på en konsensus med utgangspunkt i de deltakende landenes læreplaner:

PISA-undersøkelsen tar ikke utgangspunkt i landenes læreplaner, men tar i hovedsak sikte på å måle elevenes evne til aktivt å bruke kunnskaper og erfaringer i aktuelle situasjoner. (Kjærnsli & Olsen, 2013, s. 14)

Matematikkoppgavene i PISA presenteres i en lengre eller kortere tekst hentet fra en mer eller mindre hverdagslig situasjon, og det er ingen rene, tradisjonelle matematikkoppgaver som ren tallregning eller løsning av en gitt likning. PISA tester elevene i det de kaller *mathematical literacy*, og rammeverket for måling

av dette er utarbeidet av en gruppe eksperter (ibid.). Se kapittel 2 for mer om hva som testes i de ulike internasjonale studiene.

Beskrivelsene av fagområdene i PISA avviker også fra det som vanligvis brukes i lands læreplaner, som algebra, geometri og statistikk. Likevel understøtter konklusjonene fra PISA konklusjonen fra TIMSS om hva norske elever presterer godt på, og hvor de presterer svakest:

Prestasjonene er godt over gjennomsnittet for Usikkerhet, samtidig som det er godt under gjennomsnittet for Forandring og sammenheng og Rom og form. For Tall og mål presterer norske elever like under OECD-gjennomsnittet.
(Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe & Turmo, 2004, s. 57)

Innholdet i området *Usikkerhet* i PISA ligger nært opp til statistikk, mens den formelle matematikken som tallregning og algebraiske uttrykk og funksjoner inngår i *Forandring* og *sammenheng* og *Tall og mål*. I den norske rapporten fra PISA 2012, den andre gangen matematikk var i hovedfokus i studien, trakk man konklusjonen:

Norske elever er spesielt svake på oppgaver som er knyttet til det å bruke matematisk formalkompetanse. Det er først og fremst lave andeler på de høyeste nivåene for denne prosessen som ligger bak dette resultatet.
(Kjærnsli & Olsen, 2013, s. 35)

På høyere nivåer i skolen, som slutten av videregående skole, og i utdanning av matematikklærere, ser man den samme tendensen. I TIMSS Advanced utmerker algebra seg som det området hvor norske elever presterer svakest, svakere enn på områdene geometri og kalkulus (for mer om dette, se kapittel 3). De samme konklusjonene ble trukket i TEDS-M 2008-studien av lærerstudenter:

Kort oppsummert kan man si at resultatet på en relativt enkel algebraoppgave for lærerstudenter i alle de norske utdanningsveiene gir grunn til bekymring. Det svake resultatet samsvarer for så vidt godt med hva vi har sett i tidligere studier, som TIMSS i grunnskolen (Grønmo, 2010; Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009) og TIMSS Advanced i videregående skole (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010), hvor det i flere bøker har blitt understreket at kunnskaper i algebra synes å være et nedprioritert område

i norsk skole. At det samme synes å være tilfelle i lærerutdanningene, gir ytterligere grunn til bekymring. Frafall fra yrkesutdanninger i Norge har også blitt begrunnet med at elevene mangler grunnleggende kunnskaper i et viktig område som algebra (NOKUT, 2008). (Grønmo & Onstad, 2012, s. 150)

Også andre undersøkelser og studier understøtter at det store problemet i norsk skole er en klar underprioritering av algebra. Det gjelder for eksempel resultater fra Norsk matematikkråds forkunnskapstester (NMR, 2015), og det gjelder analyser av den markante tilbakegangen i norske elevers fysikkprestasjoner fra 1995 til 2008 (Lie, Angell & Rohatgi, 2010; Nilsen, Angell & Grønmo, 2013).

Hvordan man har forholdt seg til et slikt resultat, og hvordan man framover skal forholde seg til slike resultater, er et interessant spørsmål. Vi tillater oss å hevde at Norge trenger en langt bredere, mer åpen og konstruktiv debatt omkring dette enn det vi har sett så langt. De spørsmålene vi stiller når det gjelder prioritering av innhold i skolematematikken, er ikke minst viktig for utviklingen av de nye læreplanene for norsk skole som skal tre i kraft fra 2020 (fagfornyelsen). Det er viktig å ta hensyn til Ludvigsen-utvalgets konklusjoner om fagtrengsel, altså at matematikkfaget framstår med for mange ulike temaer, og at man trenger en strengere prioritering av innhold hvor man konsentrerer seg om færre emner for å fremme dybdelæring (NOU, 2015).

Basert på den gjennomgangen vi har gjort av matematikkresultater i Norge over de siste to tiårene, tillater vi oss å konkludere med at en nøkkel til å lykkes i matematikk og gi elevene det de trenger for videre utdanninger og yrker, er å prioritere fagområdet algebra på en helt annen måte i skolen. Det berører hele skoleløpet. I dag kommer algebra så vidt inn i den norske læreplanen for matematikk på mellomtrinnet. I Mønsterplanen av 1974 var *hovedinnføringen* i algebraiske lover lagt til mellomtrinnet (KUD, 1974). Om løsningen fra 1974 er veien å gå, har ikke vi noe klart svar på. Men vi mener man kan argumentere for at algebra må *opprioriteres markant* i forhold til det vi ser i dag, og det vi har sett over de siste 20 årene, i norsk skole.

Nå skal man ikke endre innholdet i norsk skolematematikk fordi vi presterer svakt i internasjonale studier. Det vi skal diskutere, må være basert på begrunnelser for hvorfor elevene skal lære matematikk, og for hvilken type matematikk dagens elever trenger å undervises i med sikte på å fungere både som aktive samfunnsborgere, i dagliglivet og i utdanninger og ulike profesjoner. Mer om dette i forrige delkapittel, og i kapittel 4.

13.3 Progresjon i matematikk i skolen

Progresjonen i det elevene lærer av matematikk gjennom skoleløpet, fra barne-skole til ungdomsskole og i videregående skole, henger sammen med dybdelæring. Dybdelæring krever konsentrasjon om sentrale områder og begreper *over tid*, slik at man får til en modningsprosess i elevenes forståelse. Mange emner og kort tid på hvert område vil være det motsatte av dybdelæring.

Det mest grunnleggende lærestoffet i matematikk på barnetrinnet er tall og tallregning. Det er derfor tankevekkende at det er på dette området norske elever på barnetrinnet presterer svakest: «*Som det framgår av figur 2.9, har de norske elevene i alle de tre siste TIMSS-studiene prestert svakest i emneområdet Tall.*» (Bergem et al., 2016, s. 39). Dette har vært påpekt i flere rapporter fra de siste TIMSS-studiene:

Selv om vi kan påvise en klar framgang i matematikk fra 2003 til 2011 for norske elever på 4. trinn (se kapittel 2), presterer vi fortsatt lavt i forhold til land det synes naturlig å sammenligne oss med, og det området som framstår som mest problematisk, er Tall. Vi har sett det samme i tidligere TIMSS-studier: Det er spesielt på områdene Tall på 4. trinn og Algebra på 8. trinn at de norske elevene er svake. (Grønmo et al., 2012, s. 29)

Relativt sett skårer de norske elevene svakest i emneområdet Tall. I TIMSS anses denne kategorien som så viktig at man i rammeverket for denne undersøkelsen har bestemt at 50 prosent av alle oppgavene i matematikk for populasjon 1 skal være knyttet til dette emneområdet (se kap. 11.1). Emneområdet Tall inneholder i stor grad oppgaver knyttet til det å beherske de fire regningsarter, og å regne med brøk og desimaltall (Mullis & Martin, 2013). Norske elever på dette trinnet presterer godt i Tall både i et internasjonalt og i et nordisk perspektiv. Men avstanden fra Norge og opp til de østasiatiske landene som presterer aller best i TIMSS, er størst for dette sentrale emneområdet. Så her er det fortsatt et forbedringspotensial. (Bergem et al., 2016, s. 35)

Elevenes relativt svake kunnskaper innen området tall på barnetrinnet har konsekvenser for deres muligheter til senere å lære algebra. «*Studier har påpekt at mange av de problemene elever har med å lære algebra, skyldes at de har svake kunnskaper innenfor tall/aritmetikk (Brekke, Grønmo & Rosén, 2000; Naalsund, 2012).*» (Grønmo et al., 2012, s. 29)

Som Bergem nevner i rapporten fra TIMSS 2015 (Bergem et al, 2016), er det fortsatt et forbedringspotensial når det gjelder tall på barnetrinnet. Norske elever presterer imidlertid godt innen emneområdet tall på 8. trinn. Det er bare på området statistikk at de norske elevenes prestasjoner på 8. trinn er bedre. Dette reiser spørsmålet både om prioritering og ikke minst om *progresjonen* i norsk matematikkundervisning. Kanskje det hadde vært bedre med mer vekt på dybdelæring innen tall og tallregning på de lavere trinnene i skolen, slik at man på de høyere trinnene kunne få frigjort tid til å lære elevene algebra. Vi henviser her til delkapittel 5.3, som sammenlikner Norge med Singapore vedrørende progresjon.

Den norske læreplanen er organisert med kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. trinn. Det er derfor opp til den enkelte kommune, skole eller lærer å bestemme den faglige progresjonen innenfor hver bolck. Det problematiske med dette er at det kan være fristende å skyve en del stoff oppover på trinnene, særlig det som vil kreve mye innsats fra lærere og elever. Det kan se ut som om det i norsk skole er en tendens til å gjøre nettopp dette (Grønmo & Onstad, 2013a). Det vil kunne gå ut over elevenes muligheter til faglig modning over tid. Hvis noe av det faglige innholdet oppleves som spesielt utfordrende, er det kanskje ikke så rart at dette skyves framover i tid hvis man har den muligheten. Også det at en rekke lærere mangler den faglige kompetansen i algebra (Grønmo & Onstad, 2012), gjør at mange av dem kan antas å gjøre et slikt valg.

Matematikken elevene skal lære videre, bygger på algebra. I kapittel 12 så vi på «stammen» Tall – Algebra – Funksjoner i læreplanen og progresjonen i denne opp til overgangen fra videregående skole til universitetsstudier. Hvis elevene ikke har fått en tilstrekkelig basis i algebra fra grunnskolen, vil man i videregående skole måtte prøve å rette på det før man kan gå videre med ny læring i faget. Problemene vi har med dette i norsk skolematematikk, kan leses ut fra resultatene i TIMSS Advanced. Helhetsbildet som dannes av resultatene fra TIMSS Advanced og TIMSS i grunnskolen viser at det er nødvendig å stille spørsmål omkring progresjonen i matematikkopplæringen gjennom hele det norske skoleløpet.

13.4 Deltakelse i internasjonale studier

Det har i Norge, som i mange andre land, vært en del diskusjon om man skal delta i internasjonale komparative studier. Det kan gå på hvor mange ulike studier man skal delta i, og på hvordan resultatene fra disse studiene kan og bør brukes hvis hensikten er å forbedre landets utdanningssystem. Det er bra at dette diskuteres, og vi skal ta på alvor innvendinger om at internasjonale studier ikke skal være det som styrer våre valg for å utvikle skolen.

Vi som jobber med disse studiene, trenger at noen ser oss i kortene, at noen kommer med kritikk og reiser debatter rundt dette. Vi både kan og bør delta i diskusjoner som reiser relevante faglige problemstillinger om slike studier. I disse studiene, som i annen fagdidaktisk forskning, har det vært en positiv utvikling over tid når det gjelder både innhold og gjennomføring, nettopp fordi de er gjenstand for kritikk og følges med argusøyne. Vi ser både positive muligheter ved å delta, og utfordringer ved at studiene skal bidra på en god måte i utviklingen av landets skolesystem. Her vil vi ta opp noen forutsetninger for at studiene skal bidra positivt i utviklingen av skolematematikken. Vi vil særlig ta opp to områder som vi ser på som essensielle. Det ene er viktigheten av å delta i ulike studier, på ulike trinn og over tid, slik at man har et bredt datagrunnlag for å trekke konklusjoner. Det andre er hvordan resultatene fra disse studiene kan brukes for å bidra positivt i utviklingen av skolesystemet.

Når vi i denne boka kan trekke så klare konklusjoner som vi gjør, er det basert på at vi over lang tid har deltatt i mange ulike studier, studier som vi kan se på som komplementære når det gjelder både det faglige innholdet som testes, og hvilket nivå i skolen som testes. Det er også viktig å ha deltatt i de ulike studiene over tid, slik at vi kan si noe om utviklingen, trendene, både i landet og internasjonalt. Vi deltar hvert fjerde år i TIMSS-studiene i grunnskolen og hvert tredje år i PISA-studiene. Rundt 10 % av elevene på det aktuelle årstrinnet deltar. De fleste norske elever vil gå gjennom hele grunnskolen uten å ha deltatt i noen av disse studiene. Det kan vanskelig kalles et system for overdreven testing, selv om noen har brukt slike karakteristikk. Uten den brede deltakelsen Norge har hatt, ville det ha vært vanskelig å gjøre de analysene og sammenlikningene som denne boka bygger på.

Det andre viktige spørsmålet vi stiller, er hvordan resultatene fra disse studiene kan bidra positivt i utviklingen av skolesystemet i landet. Noen har argumentert med at deltakelsen kan bidra til en type ensretting av hvordan matematikkundervisningen legges opp i ulike land (Sjøberg, 2007). Hvis resultatene

bare brukes til å se på hvor gode de generelle resultatene er, og hvor man uten mer refleksjon endrer skolesystemet for å komme høyere på den generelle rankingen, er det ikke umulig at deltakelsen kan virke slik. Men det ville ikke være et resultat av deltakelse i studiene som sådan, men mer et resultat av hvordan vi bruker de resultatene vi får gjennom å delta. I flere av de tidligere rapportene fra de internasjonale studiene har det vært påpekt at man i Norge finner en tendens til at undervisningen legges opp mer ensidig rundt individuell oppgaveregning enn i mange andre land (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Grønmo & Onstad, 2009). Det ser ut til å være mer bruk av diskusjon og drøfting av løsningsmetoder i en del andre land. I den grad denne typen resultater formidles til skolene, kan det bidra til mer variert bruk av metoder og innfallsvinkler i undervisningen, kort sagt det motsatte av ensretting.

Vi ser også tendenser til at norske elever presterer svakere enn vi kunne forvente på oppgaver som er i samsvar med pensum i læreplanen, hvis oppgaveformuleringene bare er litt annerledes enn det som er vanlig i norske lærebøker og til eksamener (se kapittel 8, 9 og 10 for mer om dette). I den grad oppgaver fra de internasjonale studiene, og resultatene på disse, formidles til skolen, vil det kunne bidra til mer variasjon i oppgaver som gis til elevene. Vi er enige i at begge de punktene vi her peker på, nok kunne vært bedre formidlet til skolene enn det som har vært gjort hittil. Det er noe av bakgrunnen for at vi i denne boka har et eget kapittel om bruk av resultatene fra TIMSS Advanced i undervisningen (se kapittel 11). Resultatene fra deltakelse i TIMSS Advanced kan også bidra med informasjon om hvordan man bedre kan ivareta elevenes overgang fra videregående skole til universitetet. I denne boka tas denne problematikken opp i kapittel 12.

Vi har her pekt på noen positive grunner til å delta i de internasjonale studiene i matematikk, og sett på noen eksempler på hvordan vi kan bruke resultatene fra studiene til å fremme en positiv faglig utvikling i skolen. Når det gjelder det siste, har vi fortsatt en vei å gå. Vi har bare så vidt startet denne prosessen, ikke minst vil skoleforskere på de internasjonale prosjektene kunne bidra mer enn det vi har gjort hittil.

13.5 Avsluttende kommentarer - kan vi lykkes i matematikk (og realfag)?

Første punkt for å endre noe til det bedre er å erkjenne de faktiske forholdene og innse at man står overfor et problem. I vårt tilfelle betyr det å erkjenne at det store problemet man har i norsk skolematematikk, er at elevene, på alle nivåer, presterer svakt i algebra.

Algebra er et matematisk språk, en generalisering av aritmetikken, av regning med tall. For videre utdanninger og yrker er det kunnskaper i algebra mange elever vil trenge. Den sentrale «stammen» i skolematematikken starter med tall og tallforståelse, går videre til algebra, og går videre derfra til funksjonsteori i videregående skoles programfag.

Med tanke på progresjon og tid til dybdelæring i disse faglige kjerneelementene er det tankevekkende at det området som norske elever presterer svakest på er tall på barnetrinnet, og algebra på ungdomstrinnet og i videregående skole.

Norsk skole trenger en bedre prioritering av hva som skal være innholdet i norsk skolematematikk framover, fra barneskole til ungdomsskole og videregående skole, for å møte den enkeltes og samfunnets behov.

Generelt har Norge et meget godt utgangspunkt for å lykkes i realfag, inkludert matematikk. Som et av verdens rikeste land har vi de ressursene som skal til, både økonomisk og menneskelig, for å skape et bedre skolesystem når det gjelder å gi elevene de kunnskapene de trenger i matematikk.

På det menneskelige plan har man lærere med et generelt høyt utdanningsnivå. Problemet er at de har relativt svake faglige kunnskaper i et fag som matematikk (Grønmo & Onstad, 2012). Men dette kan endres om viljen til å gjøre det er til stede, gjennom bedre prioriteringer av innhold i grunnutdanningene, og ved fortsatt bruk av etter- og videreutdanning av lærere som allerede er i jobb i skolen.

Andre viktige faktorer som forskning har pekt på når det gjelder god skoleutvikling, er betydningen av et godt samarbeid mellom alle skolens aktører, fra politikere til lærere, elever og foreldre. Norge framstår som et positivt land i så henseende (Grønmo & Onstad, 2013a). For eksempel viste analyser av årsaker til den positive utviklingen man så i norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag fra TIMSS 2007 til TIMSS 2011, at endringer i det skolemiljørelaterte konstruktet *læringstrykk* kunne forklare den positive endringen på 8. trinn i både matematikk og naturfag sammenliknet med studien i 2007

(Nilsen, Grønmo & Hole, 2013, s. 46). «Læringstrykk» var her definert på en slik måte at det blant annet involverte foreldres, læreres og elevers engasjement for skolen i arbeidet for å oppnå gode faglige prestasjoner.

Et betimelig spørsmål er da hvorfor de norske prestasjonene innen emneområdet algebra fortsatt er så svake, og hvorfor trenden på dette fagområdet er negativ selv der hvor vi finner en generell positiv trend i prestasjoner (se kapittel 3).

Hvorfor har ikke de signalene som har kommet om dette over flere tiår, blitt tatt mer på alvor? Basert på de mange resultatene og analysene vi har presentert i denne boka, reiser vi spørsmålet om dette har sammenheng med et dyptliggende syn på matematikk som preger det norske samfunnet. Det er aksept for at elevene skal lære tall og tallregning, inkludert enkle beregninger og statistikk. Algebra derimot, er det ikke så viktig å lære dem, det er for de spesielt interesserte. Som diskutert i kapittel 5, kan dette oppfattes som et uttrykk for at man i Norge generelt sett prioriterer formell matematikk (matematisk teori) i mindre grad enn man gjør i mange andre deler av verden. At prestasjonsforskjellene slår ut i algebra spesielt, kan skyldes at algebra er det emneområdet i grunnskole/videregående skole som i størst grad forholder seg til formell matematikk og i størst grad har relasjoner til matematisk teori. I Norge kan man uten blygsel stå fram og si at man ikke forstår noe av regning med x -er og y -er, at man ikke har noen forståelse for regning med bokstaver, alt det som inngår som grunnleggende for algebra og matematisk teori generelt. Dette gjennomsyrrer samfunnet, det er en del av den norske kulturen. Å endre på et lands kultur er noe av det vanskeligste man kan gi seg ut på. Likevel, hvis det er slik at elevene i Norge trenger kunnskaper i algebra for å kunne ta den utdanningen de trenger, for å få det yrket de ønsker seg, og som samfunnet trenger kompetente personer i, er det ikke da på tide å utfordre norsk kultur på dette området? Det vil ta tid, men det er langt fra umulig hvis man bare er villig til å jobbe systematisk og hardt.

Vi har fra mange analyser sett hva som kjennetegner matematikkundervisningen i andre land, og vi har sett at nedprioritering av algebra og formell matematikk generelt ikke er et globalt trekk. Østeuropeiske og østasiatiske land framstår med en annen kultur på dette området. Skal man bli god i noe, er det ofte både nødvendig og hensiktsmessig å se til de som er bedre enn oss. I tilfellet skolematematikk virker det som at man i Norge noe ensidig ser til de andre nordiske og engelskspråklige landene, land med mange av de samme

kulturelle trekkene som oss, og antakelig med mange av de samme utfordringene som oss. Når det gjelder algebra og progresjon innen formell matematikk, framstår det i lys av resultatene fra internasjonale studier som mer naturlig å la seg inspirere av for eksempel østasiatiske, østeuropeiske og søreuropeiske land. Ikke for å kopiere, for det er ingen god måte å gjøre det på. Men for å få innspill og ideer til hva vi kan gjøre, ideer som vi kan utprøve, forske på og eventuelt implementere på måter som vi finner hensiktsmessig. Selv om vi sannsynligvis er (et av) verdens beste land å leve i, er det viktig å erkjenne at vi ikke er verdensmestere i alt.