

KAPITTEL 6

Prioritering og nedprioritering av fagområder i matematikk

Liv Sissel Grønmo

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO

Arne Hole

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO

Ingvill Merete Stedøy

Avdeling realfag, Lillestrøm videregående skole

Matematikksenteret, NTNU, Trondheim

I dette kapitlet analyserer vi data fra TIMSS Advanced i det siste året i videregående skole og fra TIMSS i grunnskolen med siktemål å få bredest mulig informasjon om hva som vektlegges av innhold i den implementerte læreplanen i norsk skole. Ved å analysere data fra grunnskolen får vi informasjon om hvilket grunnlag elevene har for videre læring. Det har betydning for deres muligheter til læring av matematikk i videregående skole, og det vil kunne være en faktor som påvirker om de velger matematikk utover det som er obligatorisk.

I grunnskolen sammenlikner vi elevenes prestasjoner på det området hvor de presterer svakest med det området hvor de presterer best. På ungdomstrinnet er det algebraprestasjoner som settes opp mot prestasjoner i statistikk, på barnetrinnet vil vi gjøre en tilsvarende sammenlikning mellom tall og statistikk. Vi sammenlikner de norske resultatene med resultater fra andre land, og drøfter disse i en skolepolitisk kontekst. Her trekker vi også inn resultater fra TEDS-M 2008, som var en studie av matematikkdiraktikk innen lærerutdanning. Siktemålet er å reise en bred debatt om innhold i, og konsekvenser av, den vektlegging av matematisk kunnskap som vi har i norsk skole.

Læreplanene i Norge, som i andre land, beskriver de viktigste kunnskapene som elevene skal undervises i (KD, 2006; KUF, 1994, 1996). Det finnes ulike måter og betegnelser som kan brukes for å beskrive det innholdet elevene skal lære, men noen områder som er gjennomgående i de norske læreplanene er tall og tallregning, geometri og statistikk, og fra mellomtrinnet også algebra. På lavere trinn i skolen nevnes måling som et eget område, på ungdomstrinn og i videregående skole kommer området funksjoner inn.

De internasjonale studiene TIMSS og TIMSS Advanced bruker mange av de samme betegnelse på det innholdet de tester elevene (Mullis & Martin, 2013; Mullis & Martin, 2014; Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016b; Mullis, Martin, Goh & Cotter, 2016). Flere sammenlikninger av norske læreplaner og rammeverkene for de internasjonale studiene har pekt på at det er stort samsvar mellom hva som testes av innhold i studiene og hva som vektlegges av innhold i norske læreplaner (Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo et al., 2012; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010), selv om selve betegnelse noen ganger kan være litt ulike. Et slikt samsvar er å forvente, siden rammeverket i både TIMSS og TIMSS Advanced bygger på en konsensus mellom de deltakende landene om hva som er sentralt faglig innhold å vektlegge i undervisningen av elever (Mullis & Martin, 2013; Mullis & Martin, 2014). I TIMSS Advanced bruker man de tre fagområdene *algebra*, *geometri* og *kalkulus*. Det siste er en betegnelse som ikke brukes i norske læreplaner for videregående skole, men innholdet som beskrives i dette fagområdet er likevel inkludert i de norske planene. Hovedelementer i fagområdet kalkulus i TIMSS Advanced er grenser, derivasjon og integrasjon. Dette er temaer som i norske planer inngår i beskrivelsen av fagstoff tilknyttet *funksjoner* (KD, 2006).

6.1 Norske elevprestasjoner i videregående skole

Det generelle prestasjonsnivået for elever med full fordypning i matematikk i det siste året på videregående skole varierer en god del mellom land. Det samme gjør elevenes prestasjoner på de tre fagområdene som TIMSS Advanced tester dem i: algebra, geometri og kalkulus. Tabell 6.1 (Mullis, Martin, et al., 2016b) viser landenes generelle prestasjonsnivå, og hvordan elevenes prestasjoner på disse tre områdene avviker fra landets generelle nivå. Dette gir oss indikasjoner på hvilken vekt de ulike landene legger på de forskjellige fagområdene som testes i TIMSS Advanced, hvilke prioriteringer de gjør vedrørende faglig stoff.

Figur 6.1 gir en visuell framstilling av situasjonen i Norge basert data fra på tabell 6.1. Som det framgår, er det ett fagområde hvor norske elevers prestasjoner ligger lavere enn det generelle prestasjonsnivået for Norge, det er algebra. På de to andre områdene, geometri og kalkulus, ligger de norske resultatene over det generelle norske nivået.

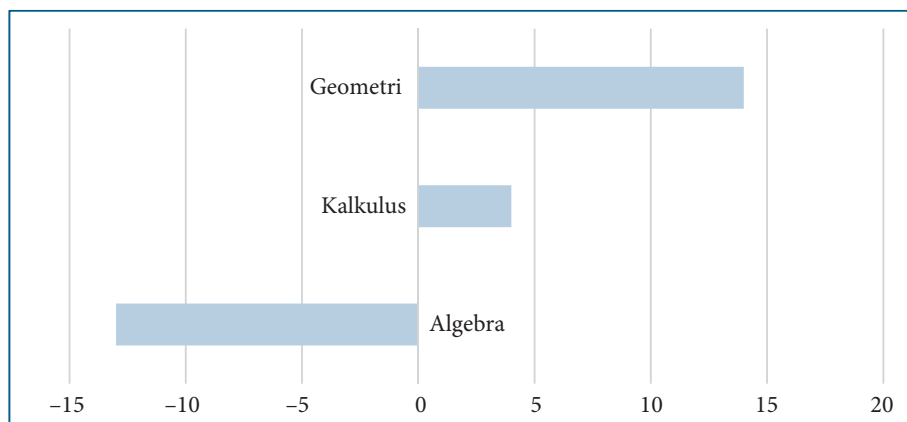
Tabell 6.1 Prestasjoner fordelt på fagområder i matematikk, TIMSS Advanced 2015.

Land	Totalskår matematikk	Algebra (37 oppgaver)		Kalkulus (34 oppgaver)		Geometri (30 oppgaver)	
		Skår	Forskjell fra totalskår	Skår	Forskjell fra totalskår	Skår	Forskjell fra totalskår
Libanon	532 (3,1)	525 (4,0)	-6 (3,6)	544 (3,9)	12 (2,8) ▲	526 (3,7)	-6 (2,3) ▼
USA	485 (5,2)	478 (5,0)	-7 (1,7) ▼	504 (6,0)	19 (2,9) ▲	455 (5,7)	-30 (2,6) ▼
Russland	485 (5,7)	495 (6,3)	10 (1,9) ▲	459 (5,9)	-26 (1,2) ▼	500 (5,8)	15 (1,0) ▲
Portugal	482 (2,5)	495 (2,7)	12 (1,5) ▲	476 (2,6)	-6 (1,4) ▼	464 (3,2)	-18 (1,5) ▼
Frankrike	463 (3,1)	469 (2,9)	7 (1,8) ▲	466 (3,2)	3 (1,8)	441 (3,7)	-22 (1,3) ▼
Slovenia	460 (3,4)	474 (3,5)	14 (1,1) ▲	437 (4,4)	-23 (2,0) ▼	456 (4,0)	-4 (1,4) ▼
Norge	459 (4,6)	446 (4,1)	-13 (1,6) ▼	463 (5,3)	4 (1,5) ▲	473 (4,6)	14 (2,0) ▲
Sverige	431 (4,0)	422 (4,1)	-9 (1,2) ▼	438 (3,9)	7 (1,5) ▲	430 (3,7)	-1 (1,4)
Italia	422 (5,3)	414 (5,1)	-8 (2,2) ▼	433 (5,2)	11 (2,7) ▲	413 (5,7)	-9(3,2) ▼

▲ Områdeskår signifikant høyere enn totalskår i matematikk
 ▼ Områdeskår signifikant lavere enn totalskår i matematikk

KILDE: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS Advanced 2015

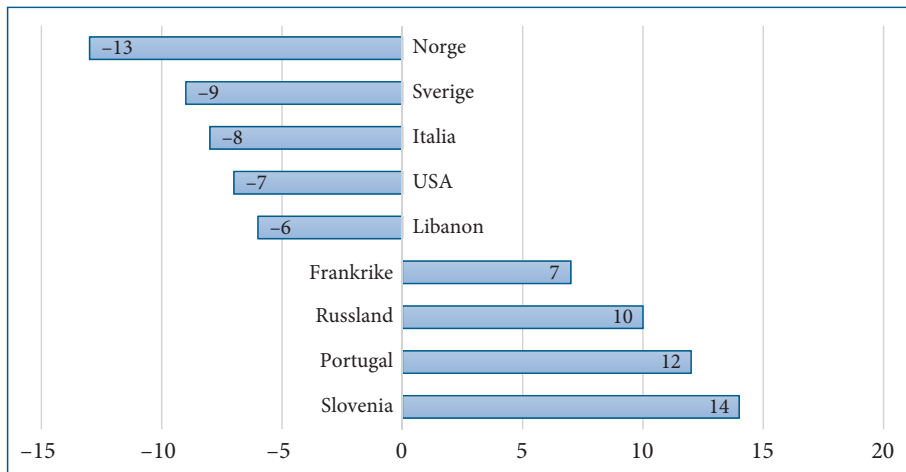
Figur 6.1 Relativ skår på ulike fagområder i matematikk for Norge i TIMSS Advanced 2015.



Dette er et resultat som samsvarer med det som har vært påpekt i mange tidligere rapporter og artikler de siste tiårene (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo, 2004; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo et al., 2012; Grønmo et al., 2010), at algebra igjen og igjen utmerker seg som det området hvor norske elevers prestasjoner er svake.

Fra et norsk perspektiv er det interessant å se hvilken vekt det ser ut til at andre land i studien legger på algebra, det området som framstår som mest problematisk sett med norske øyne. Figur 6.2 gir en visuell framstilling av

Figur 6.2 Avvik i skår på fagområdet algebra relativt til landenes generelle prestasjonsskår, TIMSS Advanced 2015.



hvilke land som presterer relativt bedre i algebra enn eget generelle nivå, og hvilke land som presterer relativt svakere enn landets generelle prestasjonsnivå.

I fire land, Slovenia, Portugal, Russland og Frankrike, ligger elevenes faglige prestasjoner i algebra høyere enn landets generelle prestasjonsnivå. I de fem andre landene i TIMSS Advanced, Norge, Sverige, Italia, USA og Libanon, ligger elevenes faglige prestasjoner i algebra under deres generelle prestasjonsnivå. Norge er det landet som har *størst avvik i disfavør av algebra*, med Sverige på neste plass. I neste delkapittel ser vi på elevenes prestasjoner på ungdomstrinnet på ulike fagområder i matematikk, med et spesielt fokus på elevenes prestasjoner i algebra. Det er rimelig å anta at elevenes grunnlag fra ungdomstrinnet i algebra vil ha betydning for deres prestasjoner i videregående skole på dette området. Ikke minst fordi matematikk generelt, og kanskje algebra spesielt, kan sees på som en type kunnskap som trenger å modnes over tid for å befestes, slik at den kan anvendes på en hensiktsmessig måte i ulike kontekster og for løsning av ulike problemer. Mange av oppgavene i TIMSS Advanced i geometri og kalkulus forutsetter for eksempel at elevene har elementære kunnskaper i algebra.

Algebraens abstrakte og generelle karakter framheves ofte som noe som gir mange elever problemer med å lære det. Spørsmålet blir da hvordan vi forholder oss til dette. Når noe er abstrakt og trenger modning er det kanskje en bedre løsning å starte med dette tidlig slik at denne typen kunnskap får anledning til å modnes over tid. Tidligere norske læreplaner har vært inne på dette.

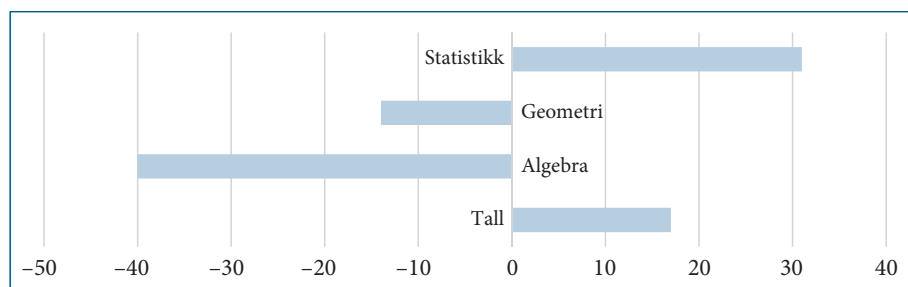
Mønsterplanen for grunnskolen fra 1974 framhevet at algebraiske lover var en vesentlig del av det elevene skulle lære fra mellomtrinnet (KUD, 1974). I neste delkapittel vil vi undersøke nærmere hvilket grunnlag i algebra de norske elevene har fra grunnskolen, og sammenlikne det med hvilket grunnlag elever får på dette nivået i skolen i andre land.

6.2 Norske elevers prestasjoner på ulike fagområder i TIMSS på ungdomstrinnet

På ungdomstrinnet i TIMSS testes elevene i tall, algebra, geometri og statistikk. Dette samsvarer i stor grad med de områdene som beskrives i norsk læreplan, bortsett fra at måling inngår som en integrert del av fagområdet geometri i TIMSS, mens det er et eget område i de norske læreplanene. Men innholdet som beskrives er i stor grad det samme (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016). Det er interessant å se på hvor godt norske elever presterer på de ulike fagområdene i TIMSS; det gir oss gode indikasjoner på hva som vektlegges i undervisningen i grunnskolen i matematikk, hva som prioriteres av faglig stoff.

Figur 6.3 viser hvilke fagområder i matematikk hvor norske elevers prestasjoner er over eller under Norges generelle prestasjonsnivå på samme måte som i figur 6.1 for videregående skole. Det er ett område som framstår som lite vektlagt i Norge, nemlig algebra, og ett område som framstår som mye vektlagt, nemlig statistikk. Her presenterer vi de norske resultatene for elevene på 9. trinn i Norge. Vi får et tilsvarende bilde for de norske elevene på 8. trinn, men her er forskjellen mellom den relative vekten på statistikk og på algebra

Figur 6.3 Norges avvik i skår på fagområder relativt til Norges generelle prestasjonsskår, TIMSS 9. trinn 2015.



enda større. Disse resultatene samsvarer med hva som har blitt dokumentert gjentatte ganger de siste tiårene, utfordringene i norsk skole er at våre elever presterer alarmerende svakt i algebra.

Både i norske læreplaner og i rammeverkene for de internasjonale studiene vektlegges det innhold som man kan kalle ren, formell matematikk, og innhold som man kan kalle anvendelser av matematikk på ulike problemer for å løse oppgaver med en kontekst utenfor den rene matematikken, fra det man kan kalle den reelle virkeligheten vi omgir oss med. I TIMSS testes elevene både i det vi kan kalle rene matematikkoppgaver, og i oppgaver hvor de anvender for eksempel kunnskaper de har i tall eller algebra for å løse problemer i en virkelighetsnær kontekst.

Ren, formell matematikk vil være en betegnelse som det er mest dekkende å bruke på oppgaver hvor elevene skal løse oppgaver for eksempel på områdene tall eller algebra med en ren matematisk problemstilling, uten noen referanse til en virkelig verden. Jambfør diskusjoner i kapittel 2 og 4. Anvendt matematikk vil da være problemstillinger hvor elevene for eksempel skal bruke det de har lært om tall for å løse et problem gitt i en mer eller mindre realistisk virkelighetsbeskrevet kontekst. Tilsvarende på området algebra, at elevene får et problem i en kontekst utenfor den rene matematikken som de skal løse ved å anvende sine algebraiske kunnskaper.

Den grunnleggende rene, formelle matematikken som læreplanene i Norge og andre land legger vekt på at elevene skal lære, er tall, algebra og geometri. Sentrale områder i norsk læreplan som måling og statistikk kunne, om man ønsket det, inngå som en del av området tall, selv om man i den norske planen har valgt å skille det ut som egne områder. I rammeplanene i TIMSS på barne- og ungdomstrinn har man valgt å skille ut statistikk som eget område, men la måling inngå i området geometri. Som det ble redegjort for i et tidligere kapittel i denne boka, så er kunnskaper i formell, ren matematikk en forutsetning for å kunne anvende matematikk. For mer om et matematikdidaktisk perspektiv på dette, se kapittel 4.

Vi nevnte innledningsvis i dette kapitlet at statistikk er det området hvor norske elever i studie etter studie har vist at de presterer best. I dagens TIMSS Advanced testes ikke elevene i statistikk. Statistikk var med som fagområde i studien i 1995, men ikke i 2008 eller 2015. Fra 2008 valgte man å konsentrere seg om de tre fagområdene algebra, geometri og kalkulus, da de ble vurdert til å være de mest sentrale fagområdene i matematikk for disse elevene (Grønmo et al., 2010).

Tabell 6.2 Elevenes prestasjoner i algebra og statistikk relatert til landets generelle prestasjonsnivå. Positive verdier indikerer at landets elever presterer dette antallet poeng bedre enn landets generelle nivå, negative verdier indikerer at landets elever presterer dette antallet poeng under landets generelle nivå. Femte kolonne angir forskjellen i skår mellom disse to områdene i landene. Land med overvekt over 20 poeng i favør av statistikk er angitt i rødt, land med overvekt for algebra over 20 poeng er angitt i blått. Elevenes alder er angitt i siste kolonne.

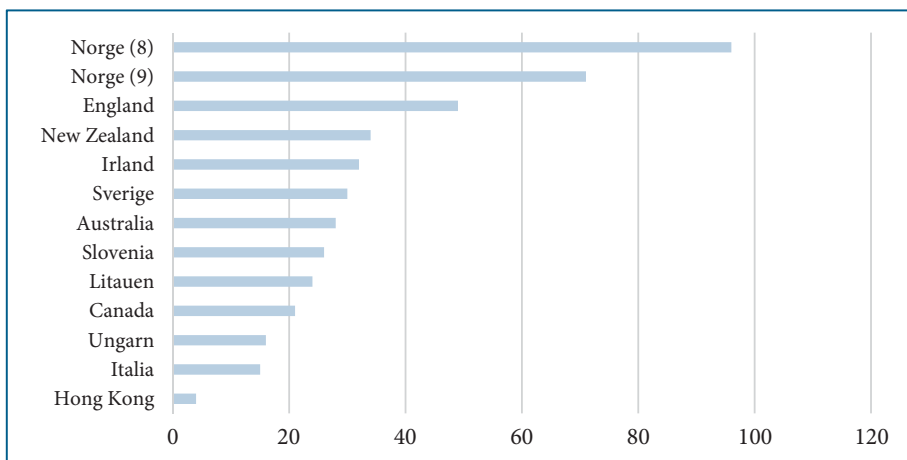
Land	Algebra avvik	Statistikk avvik	Generelt nivå	Forskjell A og S	Alder
Australia	-14	14	505	28	14
Canada	-14	7	527	21	14
England	-26	23	518	49	14,2
Hong Kong	-1	3	594	4	14,2
Irland	-22	10	523	32	14,4
Israel	6	-8	511	14	14
Italia	-13	2	494	15	13,8
Japan	9	3	586	6	14,5
Kasakhstan	27	-36	528	63	14,3
Sør-Korea	6	-6	606	12	14,4
Litauen	-14	10	511	24	14,7
Malta	-1	-7	494	6	13,8
New Zealand	-18	16	493	34	14,1
Norge 9. trinn	-40	31	512	71	14,7
Norge 8. trinn	-63	33	487	96	13,7
Russland	20	-31	538	51	14,7
Singapore	2	-4	621	6	14,4
Slovenia	-18	8	516	26	13,8
Sverige	-19	11	501	30	14,7
Taiwan	14	-11	599	25	14,3
Ungarn	-12	4	514	16	14,7
USA	7	4	518	3	14,1

Tabell 6.2 viser forskjeller mellom ulike lands generelle skår i TIMSS 2015 matematikk 8. trinn og deres skår innen fagområdene algebra og statistikk. For eksempel er Australia listet med -14 i kolonnen for algebra, noe som betyr at Australias skår innen fagområdet algebra var 14 poeng lavere enn deres totalskår på 505 poeng. Altså var algebraskår for Australia 491 poeng. Tabellen angir også (den absolute) forskjellen mellom landenes skår i algebra og statistikk. Tabellen inkluderer alle land som har et generelt prestasjonsnivå over 470 på måleskalaen som brukes i TIMSS og TIMSS Advanced. Som kjent har denne måleskalaen et standardisert senterpunkt på 500 poeng, se kapittel 14. Landene med svakere generelle resultater enn 470 er i hovedsak land med langt mindre ressurser enn Norge og/eller andre tradisjoner når det gjelder å sikre en god utdanning til alle landets borgere (Bergem et al., 2016; Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016a).

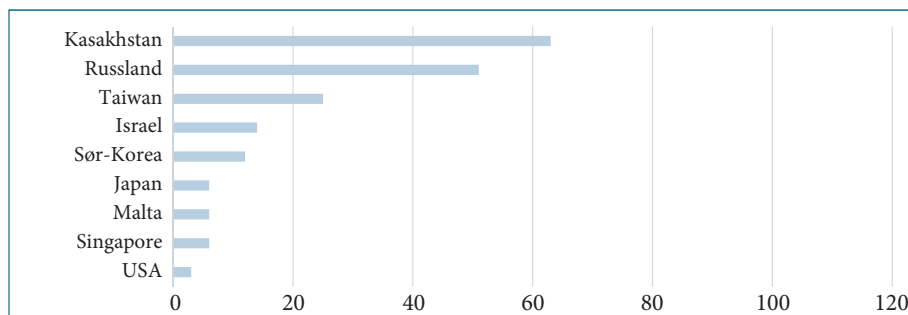
Som det framgår av tabell 6.2 er det noen land som utmerker seg med svakere relative resultater i forhold til sitt eget generelle prestasjonsnivå i statistikk, mens andre viser den motsatte profilen, svakere relative resultater i algebra. Det er særlig nordiske og engelskspråklige land som utmerker seg med å ha en stor forskjell mellom prestasjoner i statistikk og algebra i favør av statistikk. Selv om det finnes unntak, samsvarer dette gjennomgående godt med resultatene fra mange tidligere analyser av hvilket matematisk innhold som vektlegges i ulike land, det som har blitt betegnet som ulike profiler i matematikkundervisning i ulike grupper av land (Grønmo, Kjærnsli & Lie, 2004; Grønmo & Onstad, 2013b; Olsen & Grønmo, 2006). Se også kapittel 5. Det landet som utmerker seg med å ha den klart største forskjellen i favør av statistikk, er Norge. Avstanden mellom den relative vektleggingen på disse to områdene er på 96 poeng på 8. trinn og 71 poeng på 9. trinn. Det landet som ligger nærmest oss i å ha stor forskjell i favør av statistikk er England med 49 poengs forskjell, i resten av landene er forskjellen mindre enn 35 poeng. Forskjellen i Sverige, et land som har mye til felles med Norge, er 30 poeng. Altså mindre enn halvparten av hva vi ser i Norge.

Figur 6.4 illustrerer differanser mellom skår i statistikk og skår i algebra i ulike land, i favør av statistikk. Igjen tar vi med resultatene for både 8. og 9. trinn i Norge.

Figur 6.4 Skår i fagområdet statistikk minus skår i fagområdet algebra for land der denne differansen er positiv, altså land som skårer bedre i statistikk enn i algebra, TIMSS 2015.



Figur 6.5 Skår i fagområdet algebra minus skår i fagområdet statistikk for land der denne differansen er positiv, altså land som skårer bedre i algebra enn i statistikk, TIMSS 2015.



Figur 6.5 illustrerer differanser mellom skår i algebra og skår i statistikk i ulike land, i favør av algebra. Noen land skiller seg ut med klart bedre resultater relativt til eget prestasjonsnivå i algebra enn i statistikk: Kasakhstan, Russland og Taiwan. Også dette er resultater som stemmer overens med tendensen i mange tidligere analyser av hva som kjennetegner matematikkprofilene i land i Øst-Europa og Øst-Asia (Grønmo, Kjærnsli & Lie, 2004; Olsen & Grønmo, 2006; Blömeke, Suhl & Döhrmann, 2013).

Det er verdt å merke seg at flere land ser ut til å ha liten forskjell i vektleggingen av disse to fagområdene. I land som Hong Kong, Japan, Singapore, USA og Malta er forskjellen mellom disse to fagområdene under 10 poeng. At forskjellen i landene er så vidt liten kan være en indikasjon på at landene har funnet en form for likevekt i hva elevene undervises i. Særlig interessant er det at dette gjelder mange av de asiatiske landene som generelt er høytpresterende. Dette er noe som det kan være interessant å studere nærmere for å få nye innspill til vår egen skoledebatt.

Rapporter fra både TIMSS, TIMSS Advanced, PISA og den internasjonale studien av lærerstudenter TEDS-M 2008, har alle pekt på at norske elever og lærerstudenter presterer svakt i algebra (Bergem et al., 2016; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Grønmo et al., 2004b; Grønmo, Hole & Onstad, 2016; Grønmo & Onstad, 2012; Grønmo et al., 2012). Årsaken til at norske elever gjennomgående har prestert svakt i algebra har vært diskutert flere ganger når resultatene fra internasjonale studier har blitt publisert (ibid.). Det har flere ganger blitt pekt på at grunnen kan være at norske elever i flere TIMSS-studier har vært yngre enn i en del andre land. «Noe av forklaringen på det veldig svake resultatet i fagområdet Algebra kan være at norske elever er blant de yngste i TIMSS 2011» (Grønmo et al., 2012, s. 26). Dette ser ikke ut til å være den

viktigste årsaken til svake prestasjoner i Norge. I TIMSS 2015 gikk Norge opp ett årstrinn i hva som defineres som deres hovedpopulasjon i studien. Nå er norske elever blant de eldste, slik det framgår av tabell 6.2. For norske elever på 8. trinn er forskjellen i disfavør av algebra enda større, hele 96 poeng, det vil si nesten et helt standardavvik. TIMSS-studien har et fast midtpunkt på 500 poeng med et standardavvik på 100 (Mullis & Martin, 2013). Årsaken til de svake norske resultatene i algebra på ungdomstrinnet i Norge stikker mye dypere enn at det var alderen til elevene som førte til det. Vi skiller oss fortsatt ut internasjonalt med svært svake resultater på dette fagområdet, selv om våre elever nå enten er jevngamle eller eldre enn i andre land. Det framgår av den internasjonale rapporten fra TIMSS 2015 at norske elevers prestasjoner på fagområdet algebra er svakere enn alle land bortsett fra land med lite ressurser til utdanning og arabiske land. For eksempel presterer svenske elever generelt svakere i matematikk på ungdomstrinnet enn de norske, men i algebra presterer elevene i vårt naboland vel så godt som oss.

Det avspeiler seg i læreplaner i de fleste land for mellom- og ungdomstrinn at man både legger vekt på å lære elevene algebra og legger vekt på en del grunnleggende statistikk. Man kan si at statistikk i særlig grad kan knyttes til utviklingen i skolen de siste tiårene med mer vekt på dagliglivsmatematikk. For mer om dette, se kapittel 4. Spørsmålet er i hvilken grad det faglige grunnlaget som elevene får med seg fra grunnskolen, også tar hensyn til og lærer elevene den typen matematikk mange av dem vil trenge for videre utdanninger og yrker.

Vi bør også merke oss der hvor de internasjonale studiene viser klar og stabil framgang i norske elevers faglige kunnskaper. TIMSS-studiene for grunnskolen har vist en positiv utvikling i småskolen når det gjelder elevenes kunnskaper i matematikk etter nedgangen fra 1995 til 2003.

«Fra og med 2003 har det imidlertid vært en fin stigning i prestasjonsnivået for de norske elevene på dette trinnet. Denne framgangen har imidlertid ikke fortsatt i den siste fireårsperioden. Gjennomsnittet for Norge (4) har gått fra 495 til 493 poeng. Dette er ikke en signifikant endring i skår, men kan derimot tolkes slik at norske elever på dette trinnet nå presterer stabilt høyere enn de gjorde i perioden 1995-2007.» (Bergem et al., 2016, s. 38)

Ikke minst er det gledelig at det har vært en framgang på området tall, selv om framgangen nå ser ut til å ha stoppet opp. På barnetrinnet er det området tall

og tallregning som utgjør den viktigste basisen for videre læring i faget. Det er også positivt at PISA har dokumentert en klar framgang i lesing hos norske elever i det siste året i ungdomsskolen (Kjærnsli & Jensen, 2016).

Etter mye innsats fra lærere, skoleledere, politikere og andre har man greid å endre det svake resultatet i matematikk som vi så hos norske elever på barnetrinnet i 1995 til et mer positivt resultat i 2015. Dette kan være en inspirasjon til å se nærmere på hva vi må rette på for at elevene skal få bedre matematikkunnskaper også på andre områder og på høyere nivåer i skolen, for eksempel ungdomstrinnet.

De to områdene som man har satsset mest på i norsk skole etter tusenårs-skiftet, er lesing på ungdomstrinnet, og matematikk på småskoletrinnet. Det er oppmuntrende at vi har framgang der det sattes systematisk over tid. En like systematisk satsing på algebra i den norske skolen er det rimelig vil kunne løse de problemene vi ser også her. Det vil måtte ta noe tid, som det også har gjort i matematikk på småskoletrinnet, og i lesing i PISA. Det som er vanskelig både å forstå og å akseptere, er at norske elever fortsatt er så dramatisk svake i algebra etter at gjentatte studier har pekt på dette problemet. Vi kan ikke si noe eksakt om hvilken betydning elevenes basis i algebra fra grunnskolen har for elevenes prestasjoner i slutten av videregående skole. Men konsistensen i resultater for Norge gir oss en sterk indikasjon. På TIMSS 8./9. trinn har Norge i algebra det største negative avviket fra generelt prestasjonsnivå i verden, og vi ser den samme tendensen i videregående skole.

Det er også tankevekkende at det i 2015 ble det målt *en signifikant tilbakegang i algebra* på 8. trinn fra studien i 2011, på tross av en generell forbedring i norske elevers matematikkprestasjoner. Det ble målt bedre resultater i både tall, geometri og statistikk (signifikant bedre i tall og geometri, ikke signifikant i statistikk). Som det står i TIMSS-rapporten fra 2015, skårer elevene på 8. trinn i Norge «*svært lavt i Algebra sett i forhold til de andre fagområdene*» (Bergem et al., 2016, s. 41). Dette er spesielt alarmerende når vi tar med at de norske resultatene i algebra var svært svake allerede i 2011:

«Resultatet for de norske elevene på området Algebra utmerker seg internasjonalt som spesielt svakt. Av de landene som deltok på 8. trinn i 2011, var det bare typiske utviklingsland, med en helt annen ressursituasjon enn Norge, som lå på eller i underkant av det norske nivået på dette fagområdet.» (Grønmo et al., 2012, s. 25)

I neste delkapittel ser vi litt nærmere på hvilket grunnlag i matematikk som de norske elevene har fra barnetrinnet. Det mest grunnleggende området for matematikk på dette nivået er tall og tallregning, som vil være det vi setter søkelyset på.

6.3 Norske elevers prestasjoner på ulike fagområder på barnetrinnet

I TIMSS har det vært en generell framgang for norske elever på 4. og 5. trinn fra 2011 til 2015, en fortsettelse av den positive utviklingen vi har sett fra 2003 i TIMSS-studien.

«Norske elever presterer svært bra i matematikk i populasjon 1, og dette er et av de mest positive funnene for Norge i hele TIMSS 2015-studien.»
(Bergem et al., 2016, s. 26)

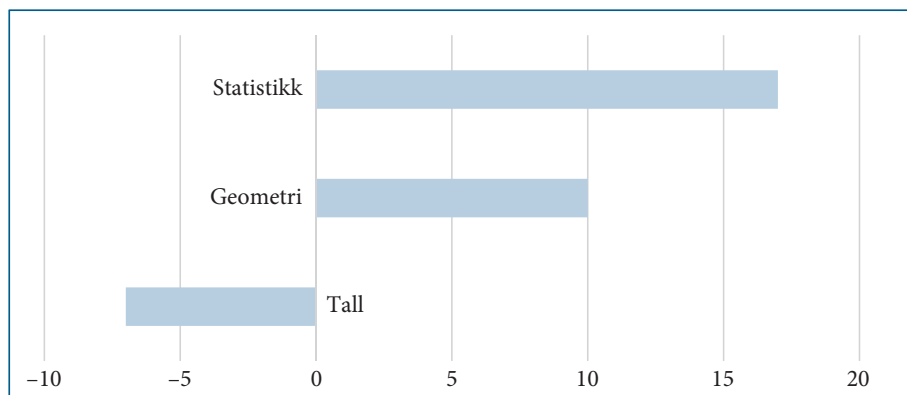
Norge ligger nå helt på topp i Norden når det gjelder prestasjoner sammenliknet med elever som er omtrent jevngamle med de norske elevene. Dette er ubetinget positivt. Norske elever presterer også vel så godt som elevene i England og USA, men her må vi ta med i vurderingen at elevene i disse landene er omtrent et halvt år yngre enn de norske elevene.

Går vi bak tallene for totalskår og ser på skår i fagområder, blir bildet mer problematisk sett med norske øyne. På barnetrinnet tester ikke TIMSS elevene i algebra, men i tall, geometri og statistikk. Det fagområdet i småskolen som har størst betydning for elevenes videre læring av matematikk, og spesielt for læring av algebra, er tall og tallregning.

Figur 6.6 viser hvordan norske elever presterer på barnetrinnet i TIMSS 2015 innen de tre fagområdene de testes i, relativt i forhold til Norges generelle prestasjonsnivå.

Som vi ser av figur 6.6, er det også her statistikk som utmerker seg med gode relative prestasjoner i Norge, mens tall utmerker seg med de relativt svakeste prestasjonene. Vi får derfor et konsistent bilde, på alle nivåene i TIMSS og TIMSS Advanced. Det legges relativt lite vekt på tall og tallregning på barnetrinnet, relativt lite vekt på algebra på mellom- og ungdomstrinn, og stor vekt på fagområdet statistikk tvers igjennom hele grunnskolen i Norge.

Figur 6.6 Avvik mellom Norges skår i de tre fagområdene statistikk, geometri og tall og Norges generelle skår, TIMSS 2015 matematikk 5. trinn.



På ungdomstrinnet kom tall kom ut som et område med relativt stor vekt. Dette samsvarer med konklusjoner fra tidligere TIMSS-studier:

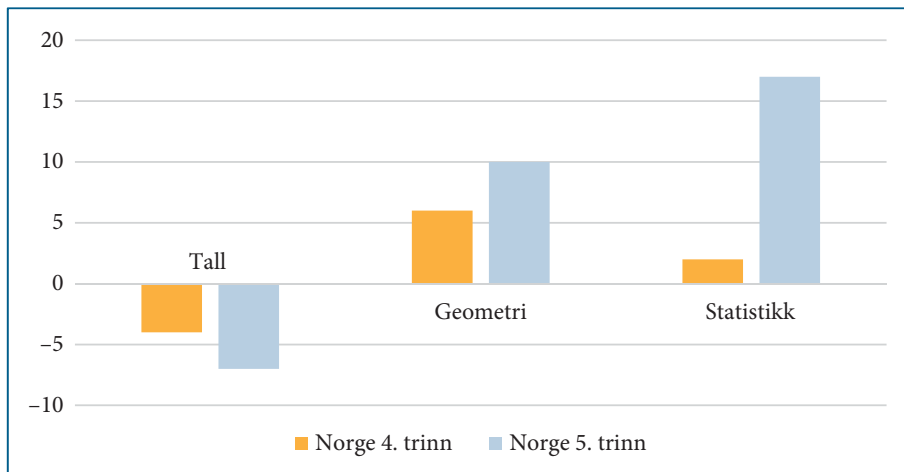
Det ser ut til at det i Norge legges mindre vekt på undervisning i tall på 4. trinn enn i andre land. På 8. trinn legges det i andre land mer vekt på algebra, et område det legges lite vekt på i Norge.

Gode kunnskaper i tall er grunnleggende for videre læring av algebra, men basert på resultatene av våre analyser stiller vi spørsmål om hvorvidt det ikke hadde vært bedre å legge mer vekt på tall tidligere for å frigjøre tid til mer læring av algebra senere. Algebra er en form for generalisering av tall og tallregning.» (Grønmo & Onstad, 2013a, s. 166)

Figur 6.7 viser avvik i skår på de ulike fagområdene fra generell prestasjonsskår for norske elever på 4. og 5. trinn. Det er en positiv utvikling i norske elevers prestasjoner på alle områdene som måles i TIMSS fra 4. trinn til 5. trinn. Imidlertid viser figur 6.7 at avvikene fra totalskår for de ulike fagområdene blir mer markante fra 4. til 5. trinn, i favør av statistikk og i disfavør av tall. Også på barnetrinnet ser det ut til at det som prioriteres mest er å lære elevene elementær statistikk.

Det synes rimelig å stille noen kritiske spørsmål til denne prioriteringen. Den relativt lave prioriteringen av tall på barnetrinnet, og av algebra på mellom- og ungdomstrinnet, med en tilsvarende høy prioritering av statistikk, framstår som problematisk.

Figur 6.7 Avvik i skår på ulike fagområder relativt til generell prestasjonsskår for Norge, 4. og 5. trinn, TIMSS 2015.



Etter den systematiske gjennomgangen i dette kapitlet av hvilke fagområder som norske elever i grunnskolen presterer svakt på, og hvilke områder de presterer godt på, kan det være interessant å se på hva som framstår som områder som vektlegges i norsk lærerutdanning.

6.4 Resultater fra norsk lærerutdanning

Norge deltok i den internasjonale komparative studien TEDS-M i 2008 sammen med 16 andre land (Grønmo & Onstad, 2012). Studien var i regi av IEA, som også står bak TIMSS og TIMSS Advanced-studiene. Det er første gang en slik internasjonal komparativ studie har blitt gjennomført på dette nivået i utdanningssystemet. I den norske rapporten fra studien står det:

«Kort oppsummert kan man si at resultatene på en relativt enkel algebraoppgave for lærerstudenter i alle de norske utdanningsveiene gir grunn til bekymring. De svake resultatene samsvarer så vidt godt med hva vi har sett i tidligere studier, som TIMSS i grunnskolen (Grønmo, 2010; Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009; og TIMSS Advanced i videregående skole (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010), hvor det i flere bøker har blitt understreket at kunnskaper i algebra synes å være et nedprioritert område i norsk skole. At det samme synes å være tilfelle i lærerutdanningene, gir ytterligere

grunn til bekymring. Frafall fra yrkesutdanninger i Norge har også blitt begrunnet med at elevene mangler grunnleggende kunnskaper i et viktig område som algebra (NOKUT, 2008).» (Grønmo & Onstad, 2012, s. 150)

«Algebra er et viktig område av matematikken, hvor norske lærerstudenter for ungdomstrinn og videregående skole synes å prestere spesielt svakt. Nedtoningen av den formelle matematikken som har vært påpekt i bøker fra tidligere studier og i artikler, synes derfor også å gjelde for norsk lærerutdanning. Algebra er, sammen med aritmetikk, hva vi kan kalle «motoren» i matematikk. Den generelle nedtoningen i Norge av disse områdene, som mange studier har pekt på, gir derfor all grunn til bekymring. Det gjelder for rekruttering til studier i matematikk, men kanskje i ennå større grad for rekruttering til yrker som bruker matematikk som et redskap.» (Grønmo & Onstad, 2012, s. 173)

Disse sitatene var basert på de resultatene vi hadde fram til begynnelsen av 2012. De siste resultatene fra TIMSS Advanced og TIMSS i 2015 underbygger ytterligere at den store utfordringen i norsk skole er å lære elevene det matematiske språket algebra som mange av dem vil trenge i videre studier og yrker. I TEDS-M var alle norske lærerutdanninger med, enten de utdannet lærere til barnetrinn, ungdomstrinn eller videregående skole.

6.5 Avsluttende kommentarer

Kapittel 4 drøftet ulike begrunnelser for at matematikk er et skolefag, med henvisning til Niss (2003) som pekte på skolens oppgave når det gjelder å ta hensyn til hva elevene vil trenge av kunnskaper på ulike områder som utdanning, yrkesliv, i dagligliv og som samfunnsborgere. De analysene vi har gjort i dette kapitlet peker på to ting det er nødvendig å se grundig på, for eksempel i den pågående revisjonen av norske læreplaner.

Det ene er *prioriteringen* av hva elevene skal lære i matematikk, det gjelder på alle trinn i skolen. Våre analyser framviser konsistente resultater over de siste 20 årene som viser at norsk skole, i større grad enn i noen andre land det er rimelig å sammenlikne oss med, ikke prioriterer progresjon og modningstid innen den sentrale «stolpen» i matematikkfaget bestående av tall og algebra. Uten at vi tar tak i dette, vil det ha store konsekvenser både for den enkelte

elev, og for samfunnet som trenger personer med denne type kompetanse i mange yrker og profesjoner. Det er ingen løsning for et rikt land som Norge, som bruker så mye ressurser på utdanning, å ikke greie å gi sin egen befolkning den kunnskapen de trenger.

Det andre som peker seg ut er *progresjonen* i lærestoff, også det gjennom hele skoleløpet. På de laveste trinnene er tall det fagområdet som utmerker seg med svake elevprestasjoner i Norge, mens det får større prioritering på ungdomstrinnet. Allerede i TIMSS-rapporten fra 2011 (Grønmo et al., 2012) ble det pekt på dette, og vist til at ved en bedre progresjon ville man kunne få mer tid på mellomtrinn og ungdomstrinn til å lære elevene algebra. Det ser ut til at det gjøres i mange andre land.

Elevene skal lære den typen matematikk de vil trenge både i dagligliv og i videre utdanninger og yrker. Det holder derfor ikke at vi presterer godt i statistikk, som mange med god grunn hevder elevene vil trenge i sitt daglige liv, fordi statistiske framstillinger brukes mye i media og i offentlige dokumenter. Elevene trenger det for å kunne delta som aktive borgere i samfunnet. Men de trenger også gode kunnskaper i tall og algebra for utdanning og yrker. Skolen i Norge må greie å veie disse hensynene mot hverandre, og legge opp til en god progresjon og prioritering. Det har vi ikke i dag, det mest alarmerende er at vi fortsetter å gå fram i prestasjoner i statistikk, mens tendensen er tilbakegang i prestasjoner i algebra.

Det er også interessant å merke seg at flere land, særlig i Øst-Asia som Hong Kong, Japan og Singapore ser ut til å ha en relativt jevn vekt på områder som statistikk og algebra. Noe av denne tendensen ser vi også i USA. Vi gjør oss derfor til talspersoner, ikke for å ta bort statistikk, men for å lære av de landene som ser ut til å ha funnet en bedre balanse mellom hva de prioriterer av faglig stoff. Det betyr ikke at vi skal kopiere noe land; slike enkle løsninger har vi ingen tro på. Men vi har tro på å se til ulike land med sikte på å få et bredest mulig grunnlag for beslutninger om hvordan vi kan bedre matematikkundervisningen i vårt land.